

LA NÉGATION LOGIQUE « SIMPLE » CADRE DIDACTIQUE, LEÇON ET RÉSULTATS

Marie-Catherine VATONNE

Université de la Réunion (LIM, EREDIM)

Résumé. – Cet article est axé sur une « leçon » introductive à la négation logique destinée à un public néophyte – lycéen ou étudiantin. Cette leçon est basée sur une explicitation des négations « courantes » – celles que l'on emploie dans la vie courante – et de leurs points communs et divergences avec la négation logique, exigée en sciences. Le contenu et sa didactique sont essentiellement issus, d'une part, d'un constat de raisonnement logique – et notamment de négation exhaustive – quasi inexistant au sortir du baccalauréat S sans mention (Vatonne, 2005), d'autre part, d'un modèle de « conceptions » des négations courantes *versus* logique (Vatonne, 2007) dont les fondements proviennent des travaux de Giordan et Vecchi (1996).

Mots-clés : raisonnement scientifique, négation logique, apprentissage allostérique.

Abstract. – *This paper means to introduce a neophyte public – high-school or college students – to logical negation. It rests on an explanation of “current” negations – those used in everyday life – and of their common points and differences with logical negation required by Science. Contents and teaching matters fundamentally derive, on the one hand, from the results of logical reasoning – and namely from exhaustive negation – almost non-existent in the baccalaureat S without mention (Vatonne, 2005), and on the other hand, from a model of “conceptions” of current negations versus logic (Vatonne, 2007) whose founding grounds stem from the works of Giordan and Vecchi (1996).*

Keywords: scientific reasoning, logical negation, allosteric learning.

Notre thématique générale de recherche est le raisonnement scientifique et son apprentissage. Cet article est un produit de cette recherche. Nous présentons ici une « leçon » introductive à la négation logique destinée à un public néophyte – lycéen ou étudiantin. Cette leçon est basée sur une explicitation des négations « courantes » – celles que l'on emploie dans la vie courante – et de leurs points communs et divergences avec

la négation logique, exigée en sciences. Le constat établi au préalable est que la négation logique n'est ni utilisée, ni connue au sortir du baccalauréat S¹.

En première partie nous définissons le cadre didactique de la leçon. Ce cadre est d'abord établi à partir des liens cognitifs entre l'apprentissage et la mémorisation humaine (Vatonne, 2004). Ainsi, nous adossons au fonctionnement de la mémoire, des principes pédagogiques, par ailleurs bien connus de beaucoup d'enseignants. Le contenu et sa didactique sont, eux, issus d'un modèle de « conceptions » des négations courantes *versus* logique (Vatonne, 2007) dont les fondements proviennent de l'apprentissage allostérique (Giordan, 2004).

La seconde partie présente le cadre spécifique à la leçon. Celle-ci est intégrée à un enseignement sur le raisonnement logique en tant que raisonnement scientifique. Il ne s'agit donc pas d'un cours de logique formelle. La leçon est la deuxième de l'enseignement. Nous rappelons rapidement les notions d'exhaustivité, de valeurs de vérité et de tiers exclu étudiées lors de la première séance. Elles sont explorées et pratiquées de nouveau lors de la leçon présentée. Le thème de celle-ci est la négation logique de base. Le contenu met en évidence auprès des étudiants que nier logiquement des phrases simples n'est pas acquis, que l'exhaustivité et le tiers exclu impliquent des contraintes difficiles relativement aux contraires et antonymes de la négation courante. Les confusions possibles, entre les formes négatives et affirmatives de la grammaire et les négations et affirmations logiques, sont explicitées.

La troisième partie est la leçon. Elle est prévue pour une durée de 35 à 45 minutes. Elle s'intitule « La négation logique de base : A et non (A) ».

Nous terminons l'article par un court exposé des résultats obtenus après leçon. Ceux-ci sont de 40 à 60 % meilleurs pour les étudiants ayant suivi la leçon que pour ceux ne l'ayant pas suivie.

Cadre didactique

Mémoire et apprentissage

Les principes pédagogiques que nous employons sont connus. Nous adossons leur pertinence sur le modèle actuel de la mémoire humaine². Une pré-

¹ Une étude a été menée sur 1200 étudiants de l'UFR Sciences et Technologies de l'université de la Réunion (Vatonne, 2005).

² Voir (Nicolas, 2003) pour une introduction à la psychologie cognitive et (Badelley, 1993) pour un approfondissement du fonctionnement de la mémoire.

sensation de ce modèle et une argumentation des affirmations ci-dessous sont disponibles dans la conférence de vulgarisation et synthèse sur le thème « Une mémoire pour apprendre » (Vatonne, 2004).

Notre pédagogie est ainsi basée sur :

- *On mémorise/apprend quand on fait attention. On fait d'autant plus attention qu'on est concentré.*

En pratique, cela se traduit par :

- une remémoration en début de leçon du déjà connu (préparation cognitive pour aider à la concentration),
 - des appels à des réponses écrites de la part des étudiants avant les débats,
 - une salle d'enseignement maintenue silencieuse quand les étudiants travaillent sur papier.
- *On mémorise/apprend quand on fait attention. On fait d'autant plus attention qu'on est intéressé. On s'intéresse d'autant plus qu'on est impliqué.*

En pratique, cela se traduit par :

- une interactivité entre l'enseignant et les étudiants : ceux-ci sont mis à contribution dès que possible (exercices/réflexions à faire sur papier, consultations individuelles et de groupes),
 - des appels à l'émotion (mais pas trop !) : plaisanteries, présentations ludiques, encouragements, félicitations.
- *On mémorise/apprend quand on comprend. On ne comprend pas tous la même chose ni de la même façon.*

En pratique, cela se traduit par :

- différents exemples susceptibles d'être connus par les élèves, des appels à analogie, des reformulations différentes, des explications différentes.
- *On mémorise/comprend d'autant mieux qu'on fait attention et que l'on comprend plusieurs fois.*

En pratique, cela se traduit par :

- des répétitions, des reformulations, dans une même leçon mais aussi d'une séance à l'autre.
- *On a des pertes d'attention environ toutes les 20 minutes et besoin d'une vraie pause toutes les heures et demie environ (études effectuées sur des sujets d'au moins 16 ans).*

En pratique, quand l'attention se relâche, cela se traduit par :

- une reprise d'une notion déjà connue, une anecdote sur le thème en cours. Il s'agit de faire la « pause » tout en maintenant l'intérêt et les fils conducteurs.

L'enseignement allostérique

Nous travaillons dans le cadre de l'enseignement allostérique défini par Giordan (2004). Autrement dit, pour construire une leçon, nous tenons compte des *a priori*, des représentations mentales – appelées « conceptions » – des élèves AVANT l'enseignement. En effet, Giordan et Vecchi (1994) supputent que le processus de destruction/reconstruction de conception se passe en continu : on modifie peu à peu une conception, on ne peut pas l'effacer pour la remplacer par une autre. La modification sera d'autant plus difficile que la conviction de la justesse de la conception de départ est grande.

De nombreuses recherches et expérimentations en classe de primaire ou collège (Vecchi & Giordan, 1996 ; Giordan *et al.* 1997 ; Martinet & Peyronnet 2004) valident le modèle et montrent que partir d'une conception existante et la faire se modifier peu à peu en une conception cible permet d'obtenir des résultats satisfaisants – voire spectaculaires – non seulement juste après l'enseignement, mais aussi plusieurs mois plus tard (alors que dans un enseignement classique, la majorité des apprenants sont revenus à leurs conceptions d'avant l'enseignement ou très proches, si les notions en cause n'ont pas été régulièrement pratiquées).

Pour obtenir les meilleurs résultats à long terme, il a été mis en évidence que le mieux est de construire une leçon par type de conception préexistante et de ne la dispenser qu'aux apprenants relevant de ce type. Ceci, pour que les leçons adressées à d'autres conceptions ne viennent pas interférer et perturber leur propre processus de destruction/restructuration. Bien évidemment, les systèmes scolaires et universitaires actuels n'autorisent pas, à grande échelle, ces multiplications de leçons.

En ce qui nous concerne, nous pensons qu'ayant affaire à des apprenants disposant d'un cerveau mature (à partir de 15 ans selon Piaget) – apte à l'abstraction et à une certaine distanciation affectif/intellect –, l'explicitation et la prise de conscience de leurs conceptions peuvent les aider à modifier celles-ci durablement. C'est ainsi que nous incluons dans notre enseignement des explications sur les processus cognitifs mis en cause et des mises en évidence par résultats d'enquête et tests personnels que chacun « fonctionne » bien ainsi. Ceci est, de plus, partie prenante de tout cours de base sur les

raisonnements (Comment raisonne-t-on ? À partir de quoi ?), qui est notre cadre d'enseignement.

Cadre de l'enseignement et contenu

La leçon présentée ici explore la notion de négation logique « simple ». C'est la deuxième leçon d'un enseignement sur le raisonnement logique. Cet enseignement n'est pas un cours de logique formelle³ puisque l'accent est mis sur la compréhension, l'utilité et la mise en pratique de la logique dans un cadre scientifique.

La première leçon a ainsi consisté en une réflexion sur la vérité, l'exhaustivité et une délimitation des assertions manipulables par la science. Le cadre logique finalement posé – le plus utilisé en science – est d'exiger l'exhaustivité, de ne reconnaître que deux valeurs de vérité – Vrai et Faux – qui s'excluent l'une l'autre (tiers exclu) et d'assurer totalement la réponse à un problème pour une axiomatique donnée (des faits, des hypothèses posés comme vrais).

La seconde leçon – celle donnée ci-après – explore la négation logique de base. Son contenu a été établi à partir de :

- résultats en psychologie de l'enfant et psychologie cognitive à propos des difficultés affectives et cognitives à nier les choses (exemple : beaucoup d'adultes doivent réfléchir pour trouver la négation courante de « je ne savais pas que tu ne connaissais pas la leçon ») ;
- multiples constatations sur le terrain de ces difficultés à manipuler les formes négatives mais aussi des difficultés à se restreindre à deux valeurs de vérité et à gérer l'exhaustivité ;
- une étude sur la négation courante et logique menée entre 2002 et 2007 auprès de tous les néo-bacheliers S de l'université de la Réunion. Elle a confirmé les constatations faites et a permis la mise au point d'un modèle de conceptions pré-existantes à la négation logique (Vatonne, 2007) basé sur la négation courante (la négation usuelle en vie courante ou scolaire).

Par exemple, avant enseignement, moins d'un étudiant sur dix nie « être rouge » par « n'être pas rouge » (négation logique). Ils proposent « être jaune », « être bleu », etc. (négation courante). La négation d'une phrase

³ Cf. par exemple (Mouy, 1944) pour un des premiers cours typiques de logique moderne.

simple, mais sous forme grammaticale négative (ex. : « la table n'est pas propre », « aucun chat n'est vert ») pose problème à un étudiant sur quatre ou cinq (selon la complexité de la phrase). Cet étudiant ne répond pas, donne une réponse étrange pour l'observateur (ex. : « aucun chat n'est pas vert », « la table est sale ») ou affirme qu'il n'y a pas de négation.

LEÇON (45 minutes)

La négation logique de base : A et (non A)

N.B. En italique : enjeux cognitifs et pédagogiques, commentaires hors leçon.

Partie introductive

Préparation cognitive des apprenants

Remémoration de ce qu'on sait déjà sur un thème (on a des a priori sur tout). Appropriation du thème par participation active + Écrire fixe les idées. Prise de conscience de ce qu'on sait faire (questions 1 et 2) et de l'existence de limites/difficultés (questions 3 et 4).

Prenez une feuille, vous avez cinq minutes pour répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le contraire/quels sont les contraires de : « le cube est rouge » ?
2. Quel est le contraire/quels sont les contraires de « Dominique est grande » ?
3. Quelle est la négation de « la table n'est pas propre » ?
4. Et celle de « la table n'est pas pas propre » ?

Introduction

Présentation de la problématique de la leçon. Liens avec les leçons précédentes. Liens avec l'exercice précédent.

Ce qui nous intéresse aujourd'hui est la négation.

En français, le « contraire », la « négation » expriment une opposition entre deux choses.

Puisque nous étudions la logique scientifique, ce qui nous intéresse particulièrement est la négation des POP.

Rappel : POP, « proposition ou presque » : phrase qui peut posséder une valeur de vérité, autrement dit qui peut être Vraie ou Fausse. Ou encore, phrase pour laquelle on peut se poser la question « est-il vrai que... ? ».

N.B. La notion de POP a été étudiée pendant la leçon précédente. Le terme POP a été choisi de préférence à « proposition » pour éviter les confusions avec les propositions au sens grammatical et au sens de la logique propositionnelle (dans la suite du cours, les POP pourront être des prédicats logiques, des formules logiques bien formées et pas seulement des propositions logiques).

La négation se traduit par des valeurs de vérité contraires : « j'ai un parapluie » et « je n'ai pas un parapluie » sont la négation l'une de l'autre.

En effet, s'il est vrai que j'ai un parapluie alors il est faux que je n'ai pas de parapluie, et s'il est faux que j'ai un parapluie alors il est vrai que je n'ai pas de parapluie.

Plus généralement : une POP est la négation d'une autre POP si, quand l'une est vraie, l'autre est fausse et inversement.

Les négations courantes et la négation logique

Étude interactive des cas « faciles » (questions 1 et 2) de l'exercice

Revenons aux questions du test.

Question : Quel est le contraire de « le cube est rouge » ?

Réponses (obtenues en amphithéâtre à chaque prestation) :

- Le cube est jaune – Le cube est bleu – Le cube est noir, blanc, transparent, violet...

- Le cube n'est pas rouge – Le cube est d'une autre couleur que rouge (10 % maximum d'étudiants donnent ce type de réponse ; en revanche il est toujours présent).

Question : Quel est le contraire de « Dominique est grande » ?

Réponses :

- Dominique est petite.

- Dominique n'est pas grande (cette réponse est un peu plus courante que son homologue ci-dessus : « le cube n'est pas rouge »).

mais aussi :

- Dominique est moyenne, immense, minuscule...
- Dominique est bébé.
- Dominique est quelconque, dérisoire, étriquée...
- Dominique est grand.

Ces dernières réponses n'apparaissent pas spontanément à chaque séance – alors que leurs homologues ci-dessus (les couleurs différentes de jaune et bleu) sont toujours fournies. Au besoin, nous en suggérons une et les étudiants proposent les autres.

Analyse (*explicitation de ce qui peut avoir engendré les réponses*) :

S'il est vrai que « le cube est rouge » alors il est effectivement faux que « le cube est jaune ».

Mais s'il est faux que « le cube est rouge », est-il vrai qu'il est jaune ?

Dans la vie courante, la négation correspond très généralement à une situation concrète : il y a vraiment, là, devant mes yeux, un cube. Il a environ cinq centimètres d'arête, il est en bois et peint en jaune. Si mon enfant de deux ans affirme « le cube est rouge », je ne vais pas avoir l'idée de nier cela en lui rétorquant que « le cube est bleu ». Non, je vais corriger en lui disant : « le cube est jaune ». Dans ce contexte, « le cube est rouge » et « le cube est jaune » sont bien la négation l'une de l'autre : si l'une est vraie, l'autre est fausse et inversement.

En revanche, plus généralement ou en d'autres contextes, s'il est faux que « le cube est rouge », il peut aussi être faux que « le cube est jaune ». S'il est blanc par exemple.

Si fait que « le cube est jaune » est ou n'est pas, selon les cas, la négation de « le cube est rouge ».

Une négation qui fluctue selon le contexte ? Fort embêtant pour un scientifique !

Doit-il définir une situation particulière avant de pouvoir utiliser la négation dans son raisonnement et s'il veut assurer un résultat général, doit-il, au nom du principe d'exhaustivité, lister TOUTES les situations où les oppositions utilisées sont effectivement des négations ?

Maintenant si l'on considère la réponse : « Dominique n'est pas grande » (j'en ai assez des cubes, pas vous ?), cette opposition-là est toujours une négation : s'il est vrai que « Dominique est grande » alors il est faux que « Dominique n'est pas grande » et inversement, s'il est faux que « Dominique est grande » alors il est vrai que « Dominique n'est pas grande ».

Quelle belle invention que la forme négative « ne...pas », n'est-ce pas ?

Dans ce cas, il n'est pas besoin de définir un ou les contextes pour lesquels une opposition est une négation : cela marche pour tous. Autrement dit, cela assure en prime le principe d'exhaustivité. En quelque sorte, tous les contraires – appelés aussi antonymes en grammaire – : petite, moyenne, bébé, quelconque, grand, etc., sont des possibilités de « ne pas être grande », sont « inclus » dans « ne pas être grande ».

Reformulation rigoureuse et synthèse de ce qui doit être retenu

Exprimer la négation logique en langage logique/Résumé des notions

La négation logique est EXHAUSTIVE : elle « contient » TOUS les contraires possibles.

Exemple : « le cube est rouge » a pour négation « le cube n'est pas rouge ». Ne pas être rouge inclut toutes les couleurs autres que rouge.

Soit A une POP.

La négation de A se note (non A).

On pose : si A est Vrai alors (non A) est Faux et si A est Faux alors (non A) est Vrai (c'est le tiers exclu).

Remarque : cela signifie aussi que

- (non A) est la négation de A ;
- si (non A) est Vrai alors A est Faux et si (non A) est Faux alors A est Vrai.

Tiers exclu (formulation définitive) : si A est Vrai alors (non A) est Faux et si A est Faux alors (non A) est Vrai.

Ce que l'on peut aussi exprimer par : A a toujours la même valeur de vérité que (non (non A)).

Manipuler des négations (logiques)

Étude des cas « difficiles » (questions 3 et 4) de l'exercice. Exploration et démonstration d'utilisation des définitions et règles logiques que l'on vient d'établir

Une affirmative est une négation – La négation d'une négative est une affirmative

Question : Quelle est la négation de « la table n'est pas propre » ?

Réponses :

- La table est propre.
- Pas de réponse (à l'oral, l'explication donnée est : *Je n'ai pas eu le temps de répondre – Je n'ai pas compris la question – Je ne sais pas*).
- Il n'y en a pas – On ne peut pas répondre : c'est déjà une négation.

(D'autres réponses peuvent apparaître : la table est sale, la table brille...)

Remarque : l'interprétation proposée suite à ce constat d'une réelle difficulté à répondre à cette question – établi par l'enquête sur l'état de la négation chez les néo-bacheliers S de première année en Sciences et technologie – est une confusion (un conflit de conceptions ?) entre « forme négative » et « négation ».

Ceci est corroboré par le fait qu'en cours de leçon, bien qu'on vienne d'établir ce qu'est la négation, la plupart des apprenants ne corrigent pas leur réponse à l'exercice d'introduction même si on leur en laisse le temps et qu'on le leur conseille explicitement (« Maintenant que nous avons vu ce qu'est la négation logique, que répondez-vous à la question 3 ? »).

En revanche, les résultats obtenus après explication de la différence entre les deux notions confirment qu'une fois exprimée cette différence, quasi tous les étudiants ne se préoccupent plus de la forme affirmative ou négative d'une POP simple pour la nier.

Autre question (plus particulièrement adressée à ceux qui n'ont pas répondu à la question précédente) : Est-il possible à votre avis de nier quelque chose qui est déjà nié ?

Réponse (de tous) : c'est évident !

Mais, si l'on repose la question « Quelle est la négation de “la table n'est pas propre” ? », certains étudiants continuent de ne pas savoir. Nous pensons que cela est dû au terme « négation », car si on utilise le mot « contraire », ils fournissent très généralement une réponse correcte.

Analyse (explicitation de ce qui peut avoir engendré les réponses) :

Le terme « négation » est souvent associé à celui de « forme négative ». Mais ce n'est pas la même chose. La forme négative (ne...pas, ne...plus, ne...jamais, etc.) est une notion de grammaire, qui, comme son nom

l'indique, s'intéresse à la « forme » de la phrase, pas à son sens, pas à la valeur de vérité de la phrase.

On vient de voir qu'en logique (en sciences), on s'intéresse à la valeur de vérité : la négation d'une POP est une autre POP qui est vraie quand la première est fausse et fausse quand la première est vraie.

Ainsi, « le cube est rouge » est la négation de « le cube n'est pas rouge », tout autant que « le cube n'est pas rouge » est la négation de « le cube est rouge ».

En terme de grammaire : une forme affirmative est la négation d'une forme négative, tout autant qu'une forme négative est la négation d'une forme affirmative.

Alors ? Quelle est la négation de « la table n'est pas propre » ?

Réponse (*de tous*) : La table est propre.

Remarque importante : quand on parle d'une POP A, il faut avoir à l'esprit que A n'est pas forcément sous forme affirmative.

Par exemple, A peut être « le cube n'est pas rouge » et donc (non A) est « le cube est rouge ».

Autre exemple : A peut être la négation d'une POP B, c'est-à-dire $A = \text{non } B$, et donc $\text{non } A = \text{non } (\text{non } B)$ (ce qui, par tiers exclu, donne bien : $\text{non } (\text{non } B) = B$).

Ce qui nous amène à la question 4 :

Question : Quelle est la négation de « la table n'est pas propre » ?

Réponses :

- La table n'est pas propre.
- La table est propre.
- La table est sale.
- Pas de réponse – Je ne sais pas – Cela ne veut rien dire.

C'est vrai que, dès qu'il y a plus d'une forme négative dans une phrase, il devient difficile pour beaucoup d'humains de comprendre le sens de la phrase.

Je propose, ici, une méthode de calcul logique : on sait par le tiers exclu (A est équivalent à non (non A)) que deux négations s'annulent, donc « la table n'est pas propre » équivaut à « la table est propre ».

Maintenant que vous avez cette équivalence, cela devrait être plus facile de vous convaincre que c'est bien ce que signifie « la table n'est pas propre ».

Ensuite, trouver la négation de « la table est propre » est facile : « la table n'est pas propre ».

Résumé/mnémo-idées

Une forme affirmative est aussi une négation. La négation logique d'une forme affirmative est sa forme négative « ne...pas », la négation logique d'une forme négative « ne...pas » est sa forme affirmative.

Deux négations s'annulent (par tiers exclu : non (non A) a toujours la même valeur de vérité que A).

Il est reconnu difficile de gérer plus d'une forme négative à la fois : utiliser les règles logiques pour « calculer » une négation sans s'occuper du sens des phrases :

- simplifier grâce au tiers exclu,
- répondre aux questions,
- vérifier le calcul et les réponses.

Une forme négative n'est pas forcément une négation – Montrer que deux POP sont (ou non) la négation l'une de l'autre.

« Cette personne est grande » n'a pas pour négation « ce n'est pas une personne ». Je suppose que cela semble une évidence à beaucoup mais, une fois de plus, plongé dans un texte ardu, on peut tomber dans ce genre de piège par manque d'attention.

D'ailleurs pensez-vous que la négation de « le cube est petit et rouge » est « le cube n'est ni petit ni rouge » ? (*Par vote à main levée dans l'amphithéâtre, la grande majorité pense que oui.*)

En sciences, dès que c'est possible, on doit être sûr de ses résultats. Comment peut-on être sûr qu'une POP est la négation d'une autre ? Ou comment peut-on être sûr qu'une POP N'est PAS la négation d'une autre ?

Méthodes de preuve

Soit A, B, des POP.

Pour montrer que A est bien la négation de B, il faut :

- montrer que quand A est Vrai alors B est Faux ;

- montrer que quand A est Faux alors B est Vrai.

Les deux cas doivent être vérifiés pour que la démonstration soit correcte et que l'on soit assuré à 100 % que A est bien la négation de B (et non une simple opposition contextuelle ou pire encore...).

Mnémo-idée : Ce n'est pas parce que ça marche pour un cas que ça marche pour tous les cas !

Pour montrer que A n'est pas la négation de B, il suffit :

- de trouver un cas où A et B ont la même valeur de vérité.

Si toutes les deux sont vraies (ou fausses) en même temps, il ne peut pas s'agir de négations.

Mnémo-idée : Si ça ne marche pas pour un cas alors ce n'est pas exhaustif et donc ce n'est pas une négation logique.

Application aux exemples

Exemple 1 :

Le problème : Montrer « cette personne est grande » n'a pas pour négation « ce n'est pas une personne ».

La démonstration : A est ici « cette personne est grande » et B est ici « ce n'est pas une personne ». Il faut trouver un cas où les deux ont la même valeur de vérité.

Supposons que : on a bien affaire à une personne mais cette personne n'est pas grande.

Donc « cette personne est grande » est Faux.

Mais « ce n'est pas une personne » est aussi Faux.

Conclusion : Les deux POP ont la même valeur de vérité, donc elles ne sont pas la négation l'une de l'autre. CQFD.

Exemple 2 :

Le problème : Montrer que « le cube est petit et rouge » est la négation de « le cube n'est ni petit ni rouge ».

La démonstration : A est ici « le cube est petit et rouge » et B est ici « le cube n'est ni petit ni rouge ». Il faut montrer que quand A est Vrai alors B est Faux ET quand A est Faux, B est Vrai.

Cas 1 : A est Vrai.

Supposons que « le cube est petit et rouge » est Vrai.

Autrement dit, le cube est à la fois petit, et à la fois rouge. C'est-à-dire : « le cube est petit » est Vrai et « le cube est rouge » est Vrai.

Dans ce cas, on a bien « le cube n'est ni petit ni rouge » est Faux.

Cas 2 : A est Faux.

Supposons que « le cube est petit et rouge » est Faux.

Cela peut être faux parce que le cube n'est pas petit.

Autrement dit : supposons que « le cube est petit » est Faux.

Mais « le cube est rouge » peut être Vrai.

Supposons que ce soit le cas : « le cube est rouge » est Vrai.

Dans ce cas, il est faux que « le cube n'est ni petit ni rouge ».

On vient de trouver un cas où A et B sont Faux en même temps. Il suffit d'un seul cas pour ne pas être exhaustif. Donc A n'est pas la négation logique de B.

Conclusion : on a dans ce cas « le cube est petit et rouge » est Faux et aussi « le cube n'est ni petit ni rouge » est Faux. Les deux POP ayant la même valeur de vérité pour au moins un cas, « le cube est petit et rouge » N'est PAS la négation logique de « le cube n'est ni petit ni rouge ».

Remarque : On ne peut pas écrire CQFD (Ce Qu'il Fallait Démontrer) puisqu'on devait montrer que « A est la négation de B » est Vrai. Or, on a montré « A n'est pas la négation de B » est Vrai et on a utilisé le tiers exclu pour déduire/affirmer que cela signifie « A est la négation de B » est Faux.

Autrement dit, nous avons fait une démonstration scientifique en utilisant effectivement les règles de négation logique que nous sommes en train d'étudier.

Je vous laisse y réfléchir...

Épilogue et préparation à la leçon suivante

1. Quelle est la négation logique de : « le cube est rouge » ?

Réponse (*en cœur*) : Le cube n'est pas rouge.

2. Quelle est la négation logique de « Dominique est grande » ?

Réponse (*en cœur*) : Dominique n'est pas grande.

3. Quelle est la négation logique de « la table n'est pas propre » ?

Réponse (*en chœur*) : La table est propre.

4. Et celle de « la table n'est pas pas propre » ?

Réponse (*en chœur*) : La table n'est pas propre.

Questions à préparer pour la leçon suivante :

1. Quelle est la négation logique de « le cube est petit et rouge » ? Montrez-le.

2. Quelle est la négation logique de « le cube n'est ni petit ni rouge » ? Montrez-le.

La leçon suivante traite des lois de Morgan et introduit les connecteurs logiques « et » et « ou ».

FIN DE LA LEÇON

Résultats obtenus

Cette leçon a été dispensée et affinée à douze reprises auprès d'étudiants en première année de licence de Sciences et Technologies, toutes disciplines confondues. Il y avait entre 70 et 200 étudiants à chaque séance.

Les tests de négation logique de base après enseignement ont un taux de réussite de 100 % (le calcul est effectué sur les néo-bacheliers S susceptibles d'avoir été présents au cours, grossièrement supposés être ceux qui ont plus de 6/20 de moyenne générale au premier semestre de licence).

18 à 30 mois plus tard (test effectué en deuxième ou troisième année des licences scientifiques), 80 % des étudiants ayant suivi la leçon répondent encore correctement à toutes les questions vues dans la leçon, contre 40 à 60 % (selon les disciplines de spécialisation) de ceux qui n'ont pas suivi la leçon. À noter que pour les 20 % d'étudiants ayant suivi la leçon mais fournissant des réponses incorrectes, il ne s'agit pas d'erreurs par manque d'exhaustivité ou mauvaise manipulation du tiers exclu. Il s'agit de confusion avec les notions d'implication et/ou de quantification : par exemple, à la question : « Quelle est la négation logique de “La table n'est pas propre ?” », les réponses erronées types sont « S'il y a une table alors elle est propre » ou « Toutes les tables sont propres ».

De plus, la manipulation de la négation logique plus complexe (lois de Morgan, négation d'une implication *versus* la contraposée de celle-ci, etc.) a obtenu de meilleurs résultats après les enseignements comprenant une analyse et réflexion sur la négation de base : de 10 à 15 % de plus que quand l'enseignement ne fait qu'établir la négation logique sans s'y attarder.

Bibliographie

- BADDELEY Alan (1993), *La mémoire humaine. Théorie et pratique*, Grenoble, Presses Universitaires de Grenoble, 547 p.
- GIORDAN André (1999), *Une didactique pour les sciences expérimentales*, Paris, Belin, 239 p.
- GIORDAN André, GUICHARD Françoise & GUICHARD Jack (1997), *Des idées pour apprendre*, Nice, Z'éditions, 339 p.
- GIORDAN André & VECCHI Gérard de (1994), *Les origines du savoir*, Neuchatel, Delachaux & Niestlé, 214 p. (1^{re} éd., 1987).
- MARTINET Pierre & PEYRONNET Alain (2005), « Pour une didactique des sciences en classe d'intégration scolaire : compte rendu d'innovation. Partir de ce qu'ils pensent afin de les faire gagner en abstraction », *Didaskalia*, 25, p. 89-116.
- MOUY Paul (1944), *Logique*, Paris, Hachette, 249 p. (+ *Résumé aide-mémoire de logique d'après le manuel de Paul Mouy*, par André Le Gall, Paris, Hachette, 1949, 92 p.)
- NICOLAS Serge (dir.) (2003), *La psychologie cognitive*, Paris, Armand Colin, 220 p.
- PIAGET Jean (1969), *Psychologie et pédagogie*, Paris, Gonthiers & Denoël, 245 p.
- VATONNE Marie-Catherine (2004), « Une mémoire pour apprendre », conférence de 2 h tout public, Chambre Consulaire de Formation, CCIR Réunion, mai 2004 ; Vice-rectorat et IFM de Mayotte, mai 2005 ; Colloque de l'IREM de la Réunion, juin 2009 (disponible sur demande).
- VATONNE Marie-Catherine (2005), « Mars et la petite pyramide jaune. Étude de la négation de conjonction chez les bacheliers S en Faculté des Sciences et Technologies à La Réunion », IREM de la Réunion, 6 p., <http://www.reunion.iufm.fr/recherche/irem/IMG/pdf/EtatNegConj03-05.pdf>

- VATONNE Marie-Catherine (2007), « Modèle d'évaluation des conceptions liées au raisonnement logique. Validation à travers une étude de la négation logique de conjonction chez les bacheliers S en Faculté des Sciences et Technologies à La Réunion », IREM de la Réunion, 14 p., <http://www.reunion.iufm.fr/recherche/irem/IMG/pdf/MCDVModelNeg07.pdf>
- VECCHI Gérard de & GIORDAN André (1996), *L'enseignement scientifique. Comment faire pour que « ça marche » ?*, Nice, Z'édicions, 222 p. (1^{re} éd., 1988).